

CONFERENCIAS CÉLEBRES

Continuamos esta sección de la revista, dedicada a Conferencias célebres impartidas en la Universidad Autónoma de Madrid a lo largo de su historia, bien como Lecciones inaugurales de curso académico, o bien impartidas en su investidura por Doctores Honoris Causa nombrados por esta universidad. Se trata por tanto de conferencias con importantes contenidos relacionados con la ciencia y el progreso del conocimiento, e impartidas por personalidades ilustres del mundo académico, científico o social.

En esta ocasión publicamos la Lección inaugural de la Universidad Autónoma de Madrid del Curso académico 2003-2004, pronunciada por **D. José Manuel Sánchez Ron**, Catedrático Historia de la Ciencia de la UAM.

EL TRIÁNGULO MÁGICO: FÍSICA, MATEMÁTICAS Y FILOSOFÍA A PROPÓSITO DE ALBERT EINSTEIN

José Manuel Sánchez Ron
Catedrático Historia de la Ciencia de la UAM.

Excelentísimo y Magnífico Sr. Rector,
profesores, alumnos
compañeros y amigos todos

Llevo en esta Universidad la mayor parte de mi vida profesional. Ingresé en ella inmediatamente después de terminar mi licenciatura, justo al mismo tiempo que se estrenaba este cada vez más hermoso campus de Cantoblanco, y sólo la he abandonado algunos años para conocer otros países y otras instituciones. Hoy, cuando el pasado que soy capaz de recordar es muy probablemente mayor que el futuro que puedo imaginar me resulta imposible expresar la deuda de gratitud que tengo con esta Universidad Autónoma de Madrid nuestra. Me ha permitido ser lo que siempre quise ser, vivir como siempre quise vivir. Es el único lugar, fuera de mi hogar familiar, en el que jamás me siento extraño.

Podéis imaginar, por consiguiente, con cuanta alegría –y con cuanto agradecimiento– recibí la invitación de nuestro Rector para pronunciar esta lección que abre un nuevo curso académico.

Inmediatamente después de recibir tan honroso encargo, me planteé sobre qué hablar, y entre los temas que se me vinieron a la cabeza uno se distinguió entre todos, uno que de múltiples y no siempre definibles maneras me ha perseguido a lo largo de toda mi carrera como investigador. Un tema en el que la física, la matemática y la filosofía son los protagonistas principales, las tres de la mano de Albert Einstein, posiblemente el científico a cuya obra y biografía más esfuerzos he dedicado durante mi vida.

Voy a hablaros hoy de física, matemáticas y filosofía, y de las relaciones que estas disciplinas mantienen entre sí, así como de los papeles que desempeñan en el estudio y conocimiento de la Naturaleza. Como habéis visto en el título de esta lección, me refiero a ellas como “el triángulo mágico”. Acaso, pensaréis, es esta una denominación inapropiada. Es, en efecto, muy fácil imaginar posibles limitaciones. Por un lado, si se trata de obtener un conocimiento lo más completo posible de la Naturaleza, nadie en su sano juicio se atreverá a olvidar el papel que en ese conocimiento desempeñan disciplinas como la química, la biología, la geología y tantas otras, sin olvidar las materias más tecnológicas, como son las ingenierías y un largo etcétera. Sin embargo, a pesar de todas esas limitaciones, no creo exagerar si afirmo que filosofía, matemáticas y física ocupan –o han ocupado– un lugar privilegiado en la construcción del conocimiento científico.

I

EINSTEIN, FILOSOFÍA, FÍSICA Y LA TEORÍA DE LA RELATIVIDAD ESPECIAL

Comenzaré por la relación de la filosofía con la primera de las grandes creaciones científicas de Albert Einstein: la teoría de la relatividad especial, que desarrolló en 1905, cuando trabajaba en la Oficina de Patentes de Berna, y que presentó en un artículo titulado “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento”. Todavía, cuando estamos a punto de celebrar el centenario de la publicación de este artículo, es difícil sustraerse a la profunda impresión que produce su lectura. A, por ejemplo, que Einstein se atreviese a basar su teoría en un principio tan contraintuitivo como suponer que existe una velocidad, la de la luz, cuya magnitud es independiente de la velocidad con que se mueve el foco que la emite. Maravilla, asimismo, la forma (basada en procedimientos operacionales) como el joven Albert definía las medidas de tiempo y espacio de cualquier observador instalado en un sistema inercial, y cómo de tales procedimientos extraía consecuencias que mostraban la relatividad de espacio y tiempo, o que energía y masa son equivalentes. Contracciones y dilataciones de longitudes y tiempos, y equivalencias energéticas a las que desde hace mucho nos hemos acostumbrado, y que se verifican constantemente en todo tipo de instalaciones y fenómenos, como los gigantescos aceleradores de partículas, los reactores de centrales nucleares, e incluso en los sistemas GPS.

Enfrentados con semejante maravilla, es inevitable plantearse la pregunta de cómo llegó Einstein a ella. ¿Podemos identificar alguna circunstancia que le ayudase a dar un paso absolutamente radical? Y aunque el estudio de la génesis de la teoría einsteniana de la relatividad especial es complejo, la respuesta es que sí podemos identificar una influencia especialmente poderosa. Una influencia que provenía de la filosofía y de dos filósofos en particular.

Ilustrativo en este sentido son las *Notas autobiográficas* que Einstein escribió para el volumen que se le dedicó en la serie *The Library of Living Philosophers* (1949), en las que detalló en qué consistió la influencia que recibió de esos filósofos. Los pasajes pertinentes aparecen después de que Einstein explicase un experimento mental (arte en el que fue un maestro) que se le ocurrió a la edad de dieciséis años; el de qué vería si corriese detrás de un rayo de luz con la velocidad de la luz: ¿un rayo “helado”, estático? La cuestión tiene, desde luego, su miga. Si nos atenemos a las reglas del pensamiento newtoniano, entonces habría que concluir que, efectivamente, ese improbable observador vería un rayo de luz, una onda, estática, pero al muchacho que era entonces Einstein tal solución le parecía errónea: “semejante cosa no parece que exista, ni sobre la base de la experiencia ni según las ecuaciones de Maxwell”, escribía en 1949. E inmediatamente después manifestaba que “en esta paradoja se contiene ya el germen de la teoría especial de la relatividad”. Y así es, aunque no tenga hoy tiempo de explicar el porqué. Lo importante en la presente ocasión es lo que Einstein señalaba a continuación: “Naturalmente, hoy nadie ignora que todos los intentos de aclarar satisfactoriamente esa paradoja estaban condenados al fracaso mientras el axioma del carácter absoluto del tiempo, o de la simultaneidad, siguiera anclado inadvertidamente en el inconsciente. El identificar claramente este axioma y su arbitrariedad representa ya en realidad la solución del problema. En mi caso, el pensamiento crítico que hacía falta para descubrir este punto central lo fomentó especial y decisivamente la lectura de los escritos filosóficos de David Hume y Ernst Mach”.

David Hume, el filósofo escocés que llevó a su culminación el denominado empirismo británico y cuya obra más conocida es *A Treatise of Human Nature* (1739-1740), y el físico austriaco Ernst Mach, al que muchos consideran (erróneamente) más un filósofo que un científico, fueron, como vemos, las principales fuentes filosóficas de las que bebió el joven Albert. Y comprender cual es la auténtica naturaleza del tiempo en la física el gran problema con el que tuvo que enfrentarse para resolver la cuestión con que se enfrentó cuando el siglo XX no hacía sino comenzar su andadura, una cuestión que se puede caracterizar de varias formas, aunque la más común sea decir, simplemente, que se trataba de cómo armonizar la mecánica cuyos fundamentos había establecido en 1687 Isaac Newton en su inmortal libro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (*Principios Matemáticos de la Filosofía Natural*) y la electrodinámica que Maxwell había desarrollado en la década de 1860. Ahora bien, en lo que al tiempo se refiere la posición de Newton no ofrecía dudas: “El tiempo absoluto, verdadero y matemático en sí y por su naturaleza y sin relación a algo externo, fluye uniformemente”, se lee entre las primeras definiciones de los *Principia*. Es claro, en consecuencia, que revisar la naturaleza del tiempo era una cuestión íntimamente vinculada a la de analizar la validez de la mecánica newtoniana, tarea para la cual un libro de Mach fue especialmente importante para Einstein: *Desarrollo histórico-crítico de la mecánica* es su título y apareció publicado en 1883.

Sucede, sin embargo, que muchas veces nuestras propias percepciones son engañosas; que nuestros ojos –del intelecto para lo que ahora me estoy refiriendo– nos muestran cosas, ideas, que sólo están en nuestras mentes. ¿Ocurrió así en el caso de Einstein con respecto a Hume y Mach?

No, no parece que se diese tal deformación, como se puede comprobar sin más que leer esos dos clásicos de la filosofía que Einstein mencionó: el *Tratado de la naturaleza humana* y el *Desarrollo histórico-crítico de la mecánica*. Os recomiendo semejante ejercicio.

EINSTEIN, FILOSOFÍA, FÍSICA Y RELATIVIDAD GENERAL

Pero el amor, el amor filosófico de Einstein por Mach (desde 1905 el personaje crucial –más que Hume– en su relación con la filosofía), no superó, al igual que nos sucede a todos con tantos amores, esa dura prueba que es el paso del tiempo.

El origen del desencanto de Einstein con la “filosofía” machiana tiene que ver con la teoría de la relatividad general, otra de las grandes construcciones einstenianas, para muchos, entre los que me encuentro, la más grande, aunque también, seguramente, la que más pronto esté destinada a ser superada, debido a sus, hasta la fecha, problemas para incorporar los principios de la física cuántica.

La teoría de la relatividad general es, al contrario que la especial, cuyos principios afectan a todas las fuerzas físicas presentes en la Naturaleza, un edificio teórico que se refiere únicamente a una de las cuatro interacciones que hemos identificado en el universo: la gravitacional. Su construcción llevó a Einstein muchos más esfuerzos que los que empleó para llegar a la teoría especial. Podemos, en efecto, datar en 1907 su primer intento significativo por desarrollar una teoría relativista específica de la gravitación, aunque la formulación final –la teoría general de la relatividad– sólo llegaría en noviembre de 1915.

Naturalmente, no puedo intentar reconstruir aquí los caminos por los que transitó Einstein durante aquellos años. Sí es preciso, no obstante, mencionar algunos detalles.

El primero es que hacia 1913 llegó a la conclusión de que la teoría relativista de la gravitación que buscaba debía basarse en un espacio-tiempo cuya geometría dependiese de su contenido energético-material; esto es, una geometría curva, no prefijada e inmutable como sucedía con todas las teorías físicas conocidas hasta entonces. Más aún, el objeto matemático que describía esa geometría debía ser, concluyó también Einstein, el mismo que el que describiese la fuerza gravitacional. En este sentido, la gravitación se *geometriza*, se reducía a la geometría. Y como la geometría está definida en todos los puntos del sistema al que hace referencia, la conclusión inevitable era que la nueva teoría

gravitacional tenía que ser una *teoría de campos*. Este hecho, admitir en una construcción teórica un ente semejante, el campo, sería rechazado por todos aquellos que, como Mach, pensaban que las teorías científicas deben incluir únicamente elementos reducibles a sensaciones: un campo, un conjunto infinito de valores (uno para cada punto), nunca se puede reducir a sensaciones en ese sentido.

Otro detalle digno de mencionar, pero que trataré más adelante, es que para poder desarrollar su teoría Einstein tuvo que recurrir a construcciones matemáticas mucho más refinadas que las que había necesitado hasta entonces: en concreto, tuvo que recurrir a la geometría diferencial, riemanniana o cálculo diferencial absoluto, nombres todos empleados para la rama de la matemática que fundaron Gauss, Riemann, Christoffel, Ricci y Levi-Civita.

Pero por el momento estoy tratando el tema de Einstein y la filosofía, así que, ¿qué se puede decir al respecto con relación a la relatividad general?

En primer lugar que durante bastante tiempo Einstein pensó que las ideas de Mach le ayudaban a construir la teoría gravitacional que buscaba. El 19 de febrero de 1916 Mach fallecía y en el obituario que Einstein preparó sobre él, escribía: “No es improbable que Mach hubiera llegado a la teoría de la relatividad si, cuando su mente estaba todavía joven y fresca, la cuestión de la constancia de la velocidad hubiese atraído a los físicos”. Notemos que Einstein escribía esto en 1916, cuando ya había llegado a la relatividad general.

Pronto, no obstante, ese entusiasmo desapareció, como demuestran algunas de las cartas que Einstein envió en 1917 a Michele Angelo Besso, un ingeniero italo-suizo, amigo de sus años de Berna (y durante toda su vida) y la única persona que aparece citada en el artículo de la relatividad especial. A partir de entonces, Einstein no dejó, siempre que la oportunidad se lo permitía, de mostrar la distancia que le separaba de la filosofía machiana; esto es, de hacer explícito cómo habían cambiado su filosofía de la ciencia, epistemología y metodología científicas. Así, en una carta que dirigió desde Princeton el 10 de abril de 1938 a otro de sus amigos de los años de Berna, Maurice Solovine, manifestaba: “En tiempos de Mach, un punto de vista materialista dogmático ejercía una dañina influencia sobre todo... Los hombres son más susceptibles a las influencias que los caballos, y cada período está dominado por una moda, con el resultado de que la mayoría de las personas no son capaces de ver al tirano que les dirige”.

No se trataba, sin embargo, de que también él hubiese sucumbido a una moda filosófica imperante cuando era un joven e inexperto estudiante y científico primerizo. No; Hume y Mach realmente ayudaron a Einstein en la elaboración de la teoría especial de la relatividad, así como en algunos apartados de la general. Lo que sucede es que, tras haber completado la relatividad general, un logro que le fascinó (con razón) mucho más que cualquier otro de los que llevó a cabo a lo largo de su vida, Einstein se dio cuenta de que esta construcción teórica se armonizaba mal con los principios machianos. Para la teoría de la relatividad especial valían, pero, en cierto sentido, esa teoría no constituía sino un primer paso en la explicación científica del mundo. Y cuando se avanzaba por este camino era preciso distanciarse, cada vez más, de los datos empíricos –de las “sensaciones”– que nos suministra la Naturaleza. Era, es, necesario, en definitiva, *inventar* –una palabra maldita para Mach– conceptos, que introducimos en nuestras teorías; conceptos que cada vez están más alejados de los datos de la experiencia.

Fue, por tanto, la teoría de la relatividad general la que hizo que Einstein modificase sus planteamientos filosóficos con el fin de acomodar éstos a los contenidos de su nueva teoría. Y es que la coherencia filosófica no es una virtud científica, como el propio Einstein señaló en las contestaciones a las críticas que le habían hecho los distintos autores que habían contribuido al volumen *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*. El científico, escribió allí, “debe aparecer al epistemólogo sistemático como un tipo de oportunista poco escrupuloso: aparece como *realista* en tanto que busca describir un mundo independiente de los actos de percepción; como un *idealista* en

tanto que considera los conceptos y teorías como invenciones libres del espíritu humano (no derivables lógicamente de lo que es dado empíricamente); como *positivista* en tanto que considera a sus conceptos y teorías justificadas *solamente* en la medida en que suministran una representación lógica de relaciones entre experiencias sensoriales. Puede aparecer incluso como un *platonista* o un *pitagórico* en tanto que considera el punto de vista de la simplicidad lógica como una herramienta efectiva e indispensable de su investigación”.

El científico es, efectivamente, o lo es la mayoría de las veces, un oportunista poco escrupuloso desde el punto de vista de la filosofía. Esto, sin embargo, no significa que su relación con ella, con la filosofía, sea innecesaria, improductiva o superficial. En absoluto. Lo que ocurre es que tal relación es cambiante. A veces es el científico el que se beneficia de las reflexiones y enseñanzas de los filósofos, pero en otras sucede lo recíproco: la filosofía se beneficia de los logros del científico.

II

Estudiada la relación de las relatividades einstenianas con la filosofía, pasaré ahora a ocuparme de su conexión con la matemática. Antes, sin embargo, es preciso efectuar algunos comentarios sobre el estatus científico de esta venerable disciplina.

EL ESTATUS CIENTÍFICO DE LA MATEMÁTICA

La matemática es una ciencia muy especial: los procedimientos que emplea y los resultados a los que llega poseen tal seguridad y claridad que es posible pensar que no es una ciencia como las demás, como la física, la química, la biología o la geología. Mientras que éstas serían sistemas de proposiciones *a posteriori*, falibles, la matemática sería *a priori*, tautológica e infalible. Sin embargo, a pesar de su “intemporalidad”, de vivir aparentemente en el mundo platónico de las ideas, la matemática es un instrumento imprescindible para la ciencia en su conjunto. Limitándome a la física, disciplina científica en la que desempeña un papel particularmente importante, tenemos que es sorprendente lo bien que funciona la matemática en la descripción de la Naturaleza. El físico, premio Nobel, Eugene Wigner, expresó de manera exquisita esta característica y problema en un ensayo que se convirtió en legendario: “La irrazonable efectividad de la matemática en las ciencias naturales”.

En ese artículo, Wigner contaba una historia imaginaria que no resisto mencionar. Se trata de dos compañeros de colegio, que se encontraban, bastantes años después, ya establecidos laboralmente. Como suele ocurrir en tales casos, se ponían a hablar de sus respectivas profesiones. Uno de ellos, que era estadístico y estaba trabajando en distribución de poblaciones, mostró a su antiguo condiscípulo un artículo que comenzaba, como es habitual en ese campo, con una distribución gaussiana, y le explicó el significado de símbolos como “población actual”, “población media”, y cosas por el estilo. Su compañero parecía no creerse del todo lo que decía, no estando seguro de si le estaría tomando el pelo o no. “¿Cómo puedes saber eso?”, le preguntó. “¿Y qué quiere decir este símbolo de aquí?”. “¡Oh!”, dijo el estadístico, “esto es π ”. “¿Y qué es eso?”. “Pues el cociente entre la longitud de la circunferencia de un círculo y su diámetro”, contestó el estadístico. “Bien. Ahora si que has ido demasiado lejos”, dijo entonces su antiguo condiscípulo, “¡Que tendrá que ver la circunferencia de un círculo con la población!”.

Nos hace gracia esta historia, la inocencia –o la ignorancia– del personaje inventado por Wigner, pero en el fondo no debería ser así. Pensemos un momento: ¿por qué tiene que ser el mundo matemático, en el sentido de que parece comportarse según leyes expresadas en términos matemáticos? Es maravilloso que sea así, pero ¿por qué?

En un sentido parecido al de Wigner, en 1921 el propio Einstein se preguntaba: “¿Cómo puede ser que la matemática –un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia– se adecúe tan admirablemente a los objetos de la realidad?”. ¿Por qué, en efecto, es tan eficaz?

Son diversas las respuestas que se han dado a esta pregunta, pero hay una que encuentro particularmente satisfactoria, y que, además, encaja en el contexto de una visión darwinista del mundo, visión muy querida por mí.

Percibimos y comprendemos científicamente el mundo a través de nuestra mente, pero ésta es nuestro cerebro, que, como todo o prácticamente todo lo nuestro, no es sino un producto surgido de un largo proceso evolutivo. Ahora bien, la guía que dirige esa evolución es, Charles Darwin *dixit*, la “supervivencia de los más aptos”. Pero, ¿quién estará mejor dotado para sobrevivir que aquellos cuyo cerebro les suministre representaciones no engañosas del mundo, representaciones que revelen su auténtica naturaleza o “estructura”. Si nuestra mente-cerebro fabricase representaciones del mundo que se apartasen de forma significativa de la “verdadera” naturaleza de las cosas, entonces es posible que no hubiésemos tenido tanto éxito evolutivo como especie que el que hemos tenido. Desde esta perspectiva, sería, por tanto, el crisol de la evolución el que explicase el origen de las categorías cognitivas y explicativas que posee la especie *homo sapiens*, y la “irrazonable efectividad de la matemática en las ciencias naturales” dejaría de ser tal, esto es, “irrazonable”; más bien, lo que tendríamos es que, como uno de los productos del largo proceso evolutivo de “prueba y error”, la Naturaleza habría producido unos seres, cuando menos los humanos actuales (esto es, nosotros), que *descubrieron* una propiedad básica del mundo: su estructura matemática.

Pero ya es hora de pasar a estudiar la relación que mantuvo Einstein, nuestro protagonista de hoy, con la matemática.

LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE EINSTEIN

A los diecisiete años Albert Einstein ingresó en el Politécnico de Zúrich como estudiante de matemáticas y física. “Allí”, recordó en sus notas autobiográficas, “tuve excelentes profesores (por ejemplo, Hurwitz, Minkowski), de manera que realmente podría haber adquirido una profunda formación matemática. Yo, no obstante, me pasaba la mayor parte del tiempo trabajando en el laboratorio de física, fascinado por el contacto directo con la experiencia”.

Sin embargo, esta formación limitada en matemáticas no constituyó ningún obstáculo para los trabajos científicos que llevó a cabo con anterioridad a 1913. Un somero vistazo a “Sobre la electrodinámica de los cuerpos en movimiento”, el artículo de la relatividad especial muestra que la matemática que se utiliza en él es muy básica.

LA GEOMETRIZACIÓN DE LA GRAVITACIÓN

La situación cambió de manera radical a partir de 1913, cuando, como ya apunté con anterioridad, Einstein llegó a la conclusión de que la teoría relativista de la gravitación que buscaba debía edificarse sobre un marco geométrico curvo. Necesitaba, por tanto, recurrir a una geometría más compleja y general que la clásica establecida en los *Elementos* de Euclides. Afortunadamente, la base de esa geometría curva se había establecido durante el siglo XIX, a través de los trabajos de Carl Friedrich Gauss, Nicolai Ivanovich Lobachevskii, Janos Bolyai y Bernhard Riemann, cuyo nombre en este dominio está asociado a la lección de habilitación que pronunció en 1854: *Sobre las hipótesis que sirven de fundamento a la geometría*.

El problema para Einstein es que reconocía la necesidad de recurrir a una geometría curva, pero no disponía de los conocimientos necesarios. Es cierto que el programa de estudios que había seguido en Zúrich incluía un curso sobre geometría, en el que se trató de los trabajos de Gauss sobre superficies curvas descritas de forma intrínseca, pero no parece que lo aprovechara demasiado. En cuanto a la tesis de habilitación de Riemann o el artículo que los matemáticos italianos Gregorio Ricci y Tullio Levi-Civita publicaron en 1901, que contiene la mayor parte de los elementos de la geometría riemanniana necesarios para la relatividad general, simplemente los desconocía.

La ayuda le llegó de un amigo y compañero de estudios en el Politécnico de Zúrich, Marcel Grossmann, que ya había intervenido decisivamente en su vida años antes, en 1902, cuando el padre de Grossmann logró que la Oficina de Patentes de Berna emplease al entonces desvalido Albert. Cuando en febrero de 1912 Einstein fue nombrado catedrático en su antigua *alma mater*, el Instituto Politécnico de Zúrich, se encontró allí con Grossmann, que ocupaba una cátedra de matemáticas. Fue una coincidencia afortunada, ya que Grossmann se había especializado precisamente en geometría diferencial. Juntos escribieron un artículo que representa un momento decisivo en la carrera de Einstein, así como en la historia de la física. En la carrera de Einstein porque, como veremos enseguida, el “estilo einsteniano” cambiaría de una manera radical a partir de entonces. En la historia de la física porque nadie hasta entonces había hecho lo que sus autores llevaron a cabo en aquel trabajo: “reducir”, geometrizar, la gravitación; utilizar un marco geométrico curvo de cuatro dimensiones, un espacio-tiempo, que dependía de su contenido energético-material.

El artículo en cuestión, que la editorial Teubner decidió publicar a finales de 1913 como un folleto de 28 páginas, se titulaba *Esbozo de una teoría general de la relatividad y de una teoría de la gravitación*. Su estructura no dejaba dudas acerca de las diferentes responsabilidades de sus autores: comenzaba con una “Parte física”, firmada por Einstein, y continuaba con una “Parte matemática”, debida a Grossmann.

Sin embargo, las ecuaciones del campo gravitacional que se proponían en este *Esbozo* no eran correctas y Einstein terminaría por abandonarlas. Comenzó entonces un largo, complejo y con frecuencia oscuro conceptualmente, período –que sólo finalizaría en noviembre de 1915– durante el cual Einstein pugnó por determinar la teoría relativista de la gravitación que buscaba. No puedo detenerme en los detalles de esa búsqueda; para mis propósitos hoy lo realmente importante es señalar que aunque los argumentos físicos no desaparecieron de los razonamientos de Einstein, cada vez iban cobrando más fuerza los puramente matemáticos, con el cálculo tensorial ocupando una posición central. La fascinación que Einstein iba sintiendo por el poder de las matemáticas se hace patente en el pasaje inicial del artículo que leyó en la sesión plenaria de la Academia Prusiana de Ciencias el 4 de noviembre de 1915, en el que se quedó a un paso de formular la versión final de la teoría de la relatividad general: “Nadie que haya entendido realmente [la teoría presentada aquí] puede escaparse de su belleza, porque significa el verdadero triunfo del cálculo diferencial absoluto tal y como fundado por Gauss, Riemann, Christoffel, Ricci y Levi-Civita”.

Veintiún días después, el 25 de noviembre de 1915, Einstein presentaba a la Academia Prusiana la formulación definitiva de la teoría general de la relatividad, una teoría que transcurre en buena medida por océanos matemáticos, o lo que es lo mismo, una construcción que no es posible explorar sin estar provisto de un buen bagaje matemático; no es sorprendente, por consiguiente, que pronto comenzasen a surcar sus aguas profesionales de la matemática. Como David Hilbert.

EINSTEIN, HILBERT Y LA RELATIVIDAD GENERAL

Hilbert es uno de los grandes de la matemática de todos los tiempos, muy probablemente el más grande de finales del siglo XIX y comienzos del XX. Dejó, en efecto, su marca en muy variadas ramas de la matemática: en la teoría de invariantes, teoría algebraica de números, fundamentos de geometría y de la matemática en su conjunto, ecuaciones integrales, cálculo de variaciones, así como en la física teórica.

En una ocasión como la presente no quiero dejar de citar unos pasajes de la célebre conferencia que Hilbert pronunció durante el Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en París en agosto de 1900, en la que identificó 23 problemas fundamentales para la matemática. Las palabras que voy a citar ahora constituyen un canto al poder del intelecto humano, una vibrante y emotiva declaración de fe en la racionalidad, en la capacidad que posee nuestra especie para comprender el mundo y para resolver problemas. Si yo tuviera que seleccionar una lección, una enseñanza que los alumnos que abandonan una, cualquiera, universidad, después de haber estudiado en ella, no importa en qué

Facultad o Escuela, deberían haber aprendido seleccionaría seguramente la que subyace en las palabras que Hilbert pronunció en París hace ya más de un siglo:

“Por muy inabordables que parezcan estos problemas [matemáticos], y por muy desamparados que nos encontremos frente a ellos hoy, tenemos la íntima convicción de que debe ser posible resolverlos mediante un número finito de deducciones lógicas.

Este axioma de la posibilidad de resolver todo problema, es una propiedad característica y distintiva del pensamiento matemático, ¿o será acaso una ley general del modo de existencia de nuestro entendimiento; a saber, que todas las cuestiones que se plantea nuestro entendimiento son susceptibles de ser resueltas por él?...

Esta convicción de la posibilidad de resolver todo problema matemático es para nosotros un estímulo precioso en nuestro trabajo. Intentamos que resuene siempre en nosotros este llamamiento: *He aquí el problema, busquemos la solución. Puedes encontrarla mediante el razonamiento puro. Jamás, en efecto, el matemático terminará diciendo: ‘Ignoramos’.*

Coherente con su pensamiento, en la tumba del cementerio de Gotinga en la que yacen sus restos está grabada la siguiente leyenda: *Debemos saber./ Sabremos.*

Pero no es de esto, lo sé, de lo que debo hablar hoy, sino de la relación de Hilbert con la relatividad general. Brevemente, tal relación fue la siguiente.

Entre los intereses científicos de Hilbert, la física ocupó pronto un lugar notable. Uno de esos intereses se centró (hacia 1913) en la teoría del campo electromagnético que Gustav Mie estaba intentando desarrollar. Todavía inmerso en estas investigaciones, en medio de un intenso intercambio epistolar con Einstein, el 20 de noviembre de 1915 –esto es, cinco días antes de que Einstein presentase el artículo en que establecía la formulación final de la relatividad general– Hilbert entregó para su publicación a la Academia de Ciencias de Gotinga un artículo titulado “Los fundamentos de la física”. Este artículo apareció publicado el 31 de marzo de 1916, y cuando se lee encontramos que en él aparecen las ecuaciones del campo gravitacional que Einstein estableció en su artículo definitivo del 25 de noviembre. Vistas estas fechas, surge inmediatamente la pregunta siguiente: si el artículo de Hilbert contiene las ecuaciones de la relatividad general, en su versión más general, y si este artículo fue entregado por Hilbert cinco días antes que el de Einstein, ¿no debería recaer el mérito del descubrimiento de la teoría de la relatividad general en Hilbert, por mucho que se reconozca que fue Einstein quien preparó el escenario principal (espacio-tiempo riemanniano; geometrización de la gravitación)? Más aún: ¿no deberíamos reconocer que el mérito de Hilbert fue incluso superior al de Einstein, ya que el catedrático de Gotinga no sólo geometrizó la gravitación sino también la otra interacción entonces conocida en la física, la electromagnética?

Pero olvidemos la contingente cuestión de los reconocimientos personales, y pensemos en disciplinas. ¿No representaría, al menos en este caso, el logro y prioridad de Hilbert una manifestación de la superioridad última de la “vía matemática” en el descubrimiento de las leyes fundamentales de la física? No tendría porque ser así siempre, por supuesto, pero al menos lo habría sido en un caso de especial relevancia, lo que mostraría una posible guía heurística para el futuro.

Pues bien, la respuesta a estas preguntas es que no, y ello por dos motivos, de los cuales únicamente mencionaré aquí uno, que ha sido conocido muy recientemente. Resulta que el contenido de lo que presentó Hilbert a la Academia de Ciencias de Gotinga el 20 de noviembre no coincide con lo que apareció finalmente publicado. Como parte de su investigación en la historia del desarrollo de la relatividad general, en 1997 Leo Corry descubrió los ejemplares de las pruebas de imprenta del artículo del 20 de noviembre, corregidas (el 6 de diciembre) por el propio Hilbert. Y al estudiarlas, comprobó que Hilbert modificó lo que había presentado el 20 de noviembre teniendo en cuenta el contenido del artículo de Einstein del 25 del mismo mes.

Ahora lo importante no es sino Hilbert plagió o no a Einstein; de hecho, para llegar a una conclusión equilibrada habría que tener en cuenta el estilo de trabajo de Hilbert, un estilo en el que la interacción con otros era importante, aspecto que en más de una ocasión le llevó a apropiarse de contribuciones de otros, aunque seguramente no lo hacía por egoísmo personal, sino porque pensaba que lo importante no son los individuos sino el avance de la ciencia. Pero dejemos, digo, estos aspectos, y veamos qué se puede decir con respecto a la relación entre física y matemáticas. Utilizaré para ello una carta que Einstein escribió al matemático y físico matemático, sobre el que enseguida diré más, Hermann Weyl, el 23 de noviembre de 1916: “La suposición de Hilbert sobre la materia me parece infantil, en el sentido de un niño que no conoce ninguno de los trucos del mundo exterior”.

Einstein mostraba aquí su recelo ante la aproximación del matemático. No podía aceptar que lo que guiase la búsqueda de las leyes básicas de la física estuviese dominado por la habilidad matemática, que fuese la heurística matemática la que controlase la física. Y sin embargo, como inmediatamente comprobaremos, ese estilo sería precisamente el que terminaría dominando su propia investigación.

LA MATEMÁTICA COMO GUÍA EN LA BÚSQUEDA DE UNA TEORÍA DEL CAMPO UNIFICADO

La relatividad general fue desde el comienzo, como hemos visto, una teoría de la interacción gravitacional, pero la gravitación no es la única fuerza que existe en el universo: como también he señalado, en la época de la que estoy hablando se conocía perfectamente la existencia de otra, la electromagnética, aunque todavía no se habían identificado claramente las interacciones débil y fuerte. Era, por consiguiente, natural que Einstein o algún otro se plantease incluir en el marco de la relatividad general también al electromagnetismo; esto es, geometrizar no sólo la fuerza gravitacional sino también la electromagnética. De hecho, esto es lo que había intentado Hilbert.

Habida cuenta de que esa geometrización se llevaba a cabo utilizando el elemento básico de los espacios de Riemann, el tensor métrico, para describir el campo gravitacional, la pregunta era si sería posible utilizarlo también para incluir al electromagnetismo. Y se encontró que no, que era preciso ir más allá de los espacios de Riemann, generalizarlos.

Sin embargo, no fue Einstein, ni algún otro físico, el que tomó la iniciativa en este programa. Fueron matemáticos, aunque no Hilbert. La historia es demasiado extensa como para poder siquiera resumirla adecuadamente aquí. Simplemente diré que estimulados por la aparición y poder de la teoría de la relatividad general, algunos matemáticos analizaron con mayor profundidad de lo que se había hecho con anterioridad los fundamentos de la geometría riemanniana. Matemáticos como Gerhard Hessenberg y Tullio Levi-Civita, quienes en 1917 se dieron cuenta de que la formulación natural de una geometría riemanniana era basándose en la noción de transporte paralelo infinitesimal de un vector. Conociendo estos trabajos, en 1918 Hermann Weyl resaltó que al transportar paralelamente un vector, el valor de su módulo (su “longitud”) depende del camino que se sigue en tal transporte, de manera para describir un espacio que tome en cuenta tal propiedad no basta con el tensor métrico: es necesario introducir cuatro funciones más; con éstas y con el tensor métrico parecía posible “geometrizar” no sólo la gravitación sino también el electromagnetismo: unificar ambas fuerzas en una teoría de campos; una teoría del *campo unificado*.

Weyl, uno de los científicos más interesantes de esta historia, un matemático absolutamente permeable a la física y a la filosofía escogió para presentar sus ideas geométricas –que a partir de entonces constituyen un capítulo propio de la matemática y de su historia– un libro cuyo título ya expresa su relevancia para el tema de la presente lección: *Espacio-Tiempo-Materia. Conferencias sobre relatividad general*.

Cuando Weyl le informó del contenido de sus investigaciones y le envió su libro, Einstein quedó fascinado. “Estoy leyendo con genuino deleite las pruebas de su libro, que voy recibiendo

página a página”, le escribía a Weyl el 8 de marzo de 1918. “Es como una pieza sinfónica maestra. Cada palabra tiene su relación con el conjunto, y el diseño de la obra es grandioso... ha dado usted a luz al niño que yo no pude obtener”.

Es cierto que Einstein enseguida encontró puntos (consecuencias físicas) con los que estaba en desacuerdo, pero no olvidó la lección que el ejemplo del intento de Weyl implicaba: nuevas matemáticas, generalizaciones de los espacios riemannianos que había utilizado para la relatividad general, podían abrir el camino para resolver el problema que siguiendo a Hilbert y a Weyl él también asumió, encontrar una teoría geométrica unitaria de la gravitación y el electromagnetismo.

Un problema era que para seguir estos caminos se necesitaban habilidades matemáticas que Einstein no poseía (aunque, como enseguida resaltaré, él no era, en modo alguno, incapaz en matemáticas), o para las que necesitaba ayuda, dada la complejidad de los cálculos implicados. Para resolver el problema volvió a utilizar el recurso que había empleado en 1913 cuando buscó la ayuda de Grossmann: rodearse de ayudantes que sí poseían esos conocimientos.

Cuando se repasa la biografía científica de Einstein, y los colaboradores con los que se relacionó, se encuentra que con anterioridad a 1917, y con la excepción de Marcel Grossmann, estos fueron físicos, no matemáticos. Pero en 1917, el año, recordemos, en que aparecieron los trabajos antes citados de Hessenberg y Levi-Civita, Einstein tomó como ayudante a Jakob Grommer, un judío ruso que cuando llegó a Gotinga se hizo notar por su extraordinaria capacidad matemática.

Fue con Grommer con quien Einstein trabajó en la teoría que propuso en 1921 el matemático polaco y lingüista distinguido Theodor Kaluza. La teoría de Kaluza, que el propio Einstein presentó para su publicación a la Academia Prusiana de Ciencias, introducía otra novedad matemática: pretendía unificar gravitación y electromagnetismo utilizando una variedad geométrica de cinco dimensiones, y aunque no parece que la idea entusiasmase demasiado a Einstein, no desestimó considerarla, buscando con Grommer soluciones exactas de sus ecuaciones del campo.

Por entonces las interacciones entre matemáticas, matemáticos y relatividad general no hacían sino crecer. Felix Klein, el patriarca de Gotinga, estaba entusiasmado por cómo la teorías especial y general de la relatividad resonaban con su célebre “Programa de Erlangen”, la tesis que, influida por los trabajos sobre la teoría de grupos continuos de Sophus Lie, planteó en la lección inaugural que pronunció al tomar posesión en 1872 de una cátedra en la Universidad de Erlangen. Confiado en sus habilidades, Klein se lanzó a investigar la relatividad general, inundando a Einstein con numerosas y frecuentemente extensas cartas.

Desde Francia, en 1929, Elie Cartan se quejaba a Einstein porque éste no reconocía en sus últimos trabajos, en los que utilizaba la idea matemática de *Fernparallelismus* (paralelismo a distancia), que ésta no era sino un elemento del espacio, más general que el de Weyl, que él (Cartan) había introducido, brevemente en 1922 y de manera más extensa y completa en 1925, en un artículo titulado “Sobre las variedades con conexión afin y la teoría de la relatividad general”. Einstein admitió que Cartan tenía razón, iniciando con él una extensa correspondencia que se mantuvo hasta 1932, y cuya lectura nos muestra las exigencias matemáticas a las que se veía constantemente sometido el genial físico. Exigencias ante las que, justo es reconocerlo, respondía muy bien. Si recurrió a ayudantes matemáticos no es porque no pudiese comprender las novedades y fundamentos de las geometrías que surgían y que él exploraba para intentar encontrar una teoría del campo unificado, sino, sobre todo, por la complejidad de los cálculos a los que se tenía que enfrentar.

Volviendo a los ayudantes de Einstein, tenemos que tras Grommer vino Walther Mayer, un matemático natural de Graz que había estudiado en el Politécnico de Zúrich, Viena, París y Gotinga. A finales de 1929, cuando acababa de completar un texto dedicado a la geometría riemanniana, Mayer comenzó a servir como ayudante de Einstein para ayudarle con las teorías del campo unificado en las

que este estaba trabajando. Enseguida, en febrero de 1930 aparecía su primer artículo conjunto: trataba de soluciones estáticas de la teoría del paralelismo a distancia.

El ejemplo de Mayer sirve de manera magnífica para mostrar la intensidad de la relación que Einstein mantenía entonces (y básicamente la mayor parte del resto de su vida) con las matemáticas. Cuando Albert y Elsa Einstein abandonaron Europa en su primer viaje a California (diciembre de 1930-marzo de 1931), Mayer acompañó al matrimonio, puesto que el autor de las teorías de la relatividad no deseaba interrumpir su colaboración con él. Lo necesitaba. Y continuaba necesiéndole cuando decidió abandonar Alemania, en la que no tenía cabida desde la llegada de Hitler al poder en enero de 1933, y Europa. Recibió muchas ofertas de trabajo (de la Universidad Central de Madrid entre ellas), pero se decidió por el Instituto de Estudio Avanzado de Princeton, en Estados Unidos, poniendo, eso sí, la condición *sine qua non*, de que se diese un puesto a Mayer en el Instituto, cuya filosofía era admitir únicamente investigadores extraordinarios. Como es natural, los dirigentes del Instituto, ávidos de contar con Einstein, aceptaron la condición. Un año después (1934), sin embargo, la colaboración finalizó, aunque Mayer se benefició del acuerdo impuesto por Einstein, permaneciendo en Princeton, ya dedicado solo a la matemática, hasta su muerte.

Tras Mayer llegaron para ayudar a Einstein otros jóvenes especialmente dotados para las matemáticas. Jóvenes como Banesh Hoffmann, Valentine Bargmann, Peter Bergmann o Ernst Straus. De hecho, Einstein pertenecía a la Escuela de Matemáticas del Instituto, cuyo primer claustro estaba formado por, nada más y nada menos, que: Oswald Veblen, Marston Morse, Hermann Weyl, John von Neumann y James Alexander, algunos de los cuales habían realizado notables contribuciones a la geometría diferencial. Y en 1939 se incorporaría definitivamente al Instituto y a la Escuela otra luminaria interesada en las teorías de Einstein: Kurt Gödel.

LA IRRESISTIBLE ATRACCIÓN DE LAS MATEMÁTICAS

Albert Einstein, el viejo seguidor de Mach, sucumbió, pues, al poder de la matemática como guía heurística para la física teórica, aunque, bien es cierto, nunca olvidó que el juez último de una teoría física es siempre la experiencia. De hecho, se puede decir que Einstein recuperó sensaciones que ya había experimentado cuando tenía doce años, momento en que, como recordó en sus *Notas autobiográficas*, cayó en sus manos un librito sobre geometría euclídea. “Había allí asertos”, recordaba entonces, “como la intersección de las tres alturas de un triángulo en un punto, por ejemplo, que – aunque en modo alguno evidentes – podían probarse con tanta seguridad que parecían estar a salvo de toda duda. Esta claridad, esta certeza, ejerció sobre mí una impresión indescriptible... [P]ara quien lo vive por primera vez, no deja de ser maravilloso que el hombre sea siquiera capaz de lograr, en el pensamiento puro, un grado de certidumbre y pureza como el que los griegos nos mostraron por primera vez en la geometría”.

El redescubrimiento del poder de las matemáticas que llevó a cabo de la mano de la teoría de la relatividad general, el que a partir de un cierto momento, en torno a 1920, no encontrase más guía heurística para proseguir su búsqueda de una teoría del campo unificado, que tan importante era para él (creía que podía conducir a una alternativa causal para la mecánica cuántica, a la que se oponía firmemente); ese redescubrimiento del poder de la matemática, digo, condujo Einstein a defender opiniones como la que expuso durante la conferencia Herbert Spencer que pronunció en Oxford el 10 de junio de 1933:

“Si es verdad... que la base axiomática de la física teórica no puede ser extraída de la experiencia y debe ser inventada con libertad, ¿podemos esperar que alguna vez halleemos el camino correcto?... Sin ninguna vacilación responderé que, según mi opinión, existe un camino correcto y que nosotros somos capaces de hallarlo...”

Estoy convencido de que, por medio de construcciones matemáticas, podemos descubrir los conceptos y las leyes que los conectan entre sí, que son los elementos que proporcionan la

clave para la comprensión de los fenómenos naturales... Por supuesto que la experiencia retiene su cualidad de criterio último de la utilidad física de una construcción matemática. Pero el principio creativo reside en la matemática. Por tanto, en cierto sentido, considero que el pensamiento puro puede captar la realidad, tal como los antiguos habían soñado”.

Largo y variado había sido el camino intelectual que había recorrido el gran maestro de la ciencia del siglo XX cuando realizó estas manifestaciones. Leídas con atención contienen la esencia de su vida como pensador, la vida de una persona que sacrificó el método a la posibilidad de describir la Naturaleza, fuesen las que fuesen las herramientas que se viese obligado, o animado, a utilizar. Los procedimientos que empleó debieron en ocasiones mucho a venerables ideas filosóficas, esto es, a la filosofía, dando también lugar a nuevos planteamientos filosóficos, pero también a la matemática, que llegó a desempeñar un papel central durante un largo período de su carrera. Ahora bien, todos esos planteamientos, los filosóficos o los matemáticos, siempre estuvieron dirigidos a servir a la física, a la ciencia que busca desentrañar cuales son las leyes básicas que obedecen los fenómenos que observamos en la Naturaleza. Física, filosofía y matemática, los tres pilares del mundo, el triángulo mágico, se unieron en su obra con una originalidad, fecundidad y variedad como difícilmente se encuentra en algún otro de los científicos que han honrado con su trabajo la historia de la ciencia.

Muchas gracias.